

NOME e COGNOME..... MATRICOLA n.....

Facoltà di Ingegneria Industriale

Esame di Geometria e Algebra, 21 luglio 2011

1. In un riferimento cartesiano $\mathcal{RC}(Oxyz)$ si considerino il piano π e la famiglia di rette r_k , al variare di $k \in \mathbb{R}$, di equazioni

$$\pi: x + 2y - 4z = 0, \quad r_k: \begin{cases} kx + 2y + z - 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

Studiare le mutue posizioni di r_k e π al variare di $k \in \mathbb{R}$.

2. Per $k = 9/4$ trovare la distanza di π da r_k .
3. Si consideri lo spazio vettoriale \mathbb{R}^4 con il prodotto scalare standard. Si considerino i sottospazi vettoriali $U = \mathcal{L}(\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4\})$, dove

$$\vec{u}_1 = (2, 1, -1, 0), \quad \vec{u}_2 = (1, 0, 0, 1), \quad \vec{u}_3 = (1, 1, -1, -1), \quad \vec{u}_4 = (4, 3, -3, -2),$$

e $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid y + 2z = 0, x - t = 0\}$. Trovare una base per il sottospazio $U + V$.

4. Con riferimento al punto precedente, trovare la proiezione ortogonale del vettore \vec{u}_1 sul sottospazio V . È vero che $U \neq V^\perp$?
5. Si consideri l'endomorfismo $f_k: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ associato (rispetto alla base canonica) alla matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k^3 \end{pmatrix}.$$

Si trovi nucleo ed immagine di f_k al variare di $k \in \mathbb{R}$.

6. Con riferimento al punto precedente, si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo f_k è semplice.
7. Data la quadrica

$$\mathcal{K}: 4xy + 4xz + 4yz = -1$$

se ne determini il tipo ed una forma canonica.

N.B. I procedimenti, le risposte, i calcoli, debbono essere tutti brevemente giustificati. Sarà elemento di valutazione anche la chiarezza espositiva.

Questo foglio va consegnato insieme a tutti i fogli timbrati.