

NOME e COGNOME..... MATRICOLA n.....

Facoltà di Ingegneria Industriale
Esame di Geometria e Algebra N.O., 28 settembre
2011

1. Sia dato un sistema di riferimento cartesiano $Oxyz$ nello spazio euclideo. Sia dato il punto $P_0 = (1, 0, -1)$. Nel fascio di piani passanti per

$$r: \begin{cases} x + 2y - z + 1 = 0 \\ -x - y = 3 \end{cases}$$

si trovino le equazioni dei piani aventi distanza da P_0 uguale a 2. Qual è l'angolo che questi piani formano con il piano del fascio passante per P_0 ?

2. Dire per quali valori di $k, h \in \mathbb{R}$ il seguente sistema di equazioni lineari ammette soluzioni:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ k & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}$$

Per quali valori di k ed h il vettore $(-2, 3, 0, 0)$ è soluzione del sistema?

3. Si consideri l'applicazione lineare $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la cui matrice rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^4 in dominio e codominio è

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \end{pmatrix}.$$

Si calcoli $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ per ogni $h \in \mathbb{R}$. Si dica per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo f è semplice. Si calcolino autovalori ed autospazi di f per $h = 2$.

4. Si consideri la forma bilineare $\beta: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ associata (rispetto alla base canonica) alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ a & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- (a) Vedere per quali valori di a la forma β è degenere.
(b) Vedere per quali valori di a la forma β definisce un prodotto scalare.
(c) Dire di che tipo è la quadrica $\beta(\vec{v}, \vec{v}) = 1$ al variare di $a \in \mathbb{R}$, dove $\vec{v} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

***N.B. I procedimenti, le risposte, i calcoli, debbono essere tutti brevemente giustificati. Sarà elemento di valutazione anche la chiarezza espositiva.
Questo foglio va consegnato insieme a tutti i fogli timbrati.***