Università del Salento

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale

Primo esonero di **FISICA GENERALE 2** del 11/11/2020

Esercizio 1 (8 punti):

Una distribuzione di carica è costituita da un cilindro isolante infinito di raggio R=50.0 cm e con densità volumetrica di carica $\rho = Ar$, con A= 10.0C/m^4 e r distanza dall' asse. Ricordando che l'elemento infinitesimo di volume in coordinate cilindriche è $dV = r\cdot dr\cdot dz\cdot d\varphi$ si determini il campo elettrico a distanza dall'asse pari a: d_1=0.00 cm, d_2=25.0 cm, d_3=50.0 cm, d_4=1.00 m.

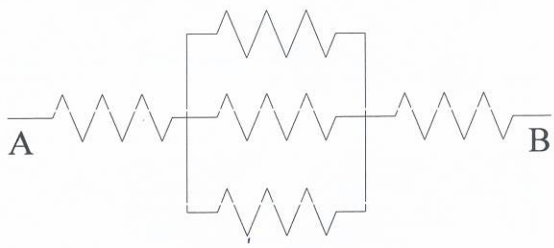
Esercizio 2 (6 punti):

Tre cariche puntiformi uguali di valore 0.10 C sono fissate lungo l'asse delle y in punti di coordinate y_1=2.0 m, y_2=0.0 m e y_3=-2.0 m. Una quarta carica positiva di 0.20 C e massa 10g è inizialmente ferma sull'asse delle x, nel punto x_4=1.0 m. La quarta carica è libera di muoversi lungo l'asse x. Si determinino:

1) L'energia necessaria per assemblare il sistema delle 3 cariche fisse.
2) La velocità della quarta particella quando raggiunge una distanza molto grande dal sistema di cariche.

Esercizio 3 (8 punti): Cinque resistori identici, di resistenza 60Ω sono collegati secondo lo schema in Figura. Si determinino:

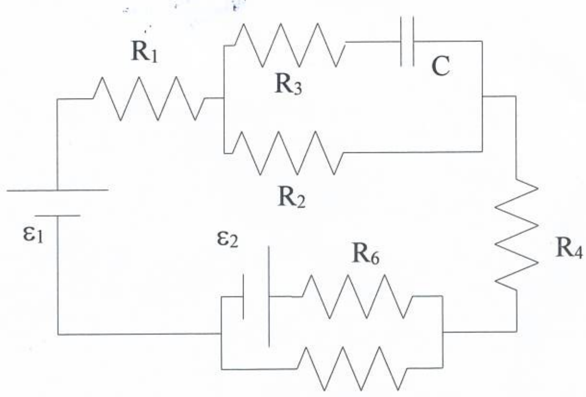
1) la resistenza equivalente del sistema di resistori.
2) la differenza di potenziale ai capi di ogni resistore se tra A e B è collegata una batteria con forza elettromotrice pari a 20 V.



Esercizio 4 (10 punti):
Il circuito in figura opera in condizioni stazionarie, con il condensatore carico. Si determinino:

1) I valori delle correnti nei vari rami.
2) La potenza erogata dalle batterie 1 e 2.
3) La carica sul condensatore.

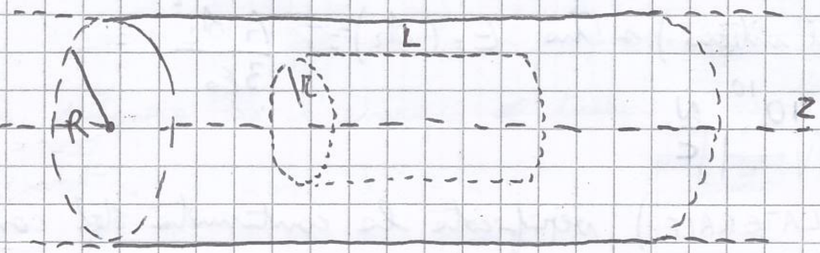
R_1=50.0 Ω, R_2=100 Ω, R_3=25.0 Ω, R_4=25.0 Ω, R_5=250 Ω, R_6=150 Ω, C=10.0 μF, ε_1=10.0 V, ε_2=5.00 V



Teoria 1 (4 punti): Dato un circuito costituito da una batteria con forza elettromotrice ε e un resistore di resistenza R si dimostri che la potenza erogata dalla batteria è pari a εI (dove I è la corrente nel circuito) e che la potenza dissipata per effetto Joule dal resistore è pari a RI^2

Teoria 2 (4 punti): Si dimostri che la capacità equivalente di due condensatori in parallelo è pari alla somma delle capacità dei singoli condensatori.

SOLUZIONE



$R = 50.0$ cm

$\rho(r) = A \cdot r$

$A = 10.0 \ C\,m^{-4}$

La distribuzione è di lunghezza infinita e a simmetria cilindrica pertanto il campo elettrico dipende solo dalla distanza dall'asse $\vec{E}(r, z, \varphi) = \vec{E}(r)$ ed è diretto radialmente $\vec{E}(r) = E_r(r)\,\hat{r}$.

Il valore di E_r è determinabile tramite la Legge di Gauss, applicato ad una superficie cilindrica coassiale alla distribuzione di raggio r e altezza L. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

Se $r < R$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{LAT} E_r(r)\,\hat{r} \cdot dA\,\hat{r} = \int_{lat} E_r(r)\,dA =$$ (perché $E_r(r)$ è COSTANTE SULLA SUP. LATERALE

(PERCHÉ IN CORRISPONDENZA DELLE BASI $\vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$

$$= E_r(r) \int_{LAT} dA = E_r(r)\, 2\pi r L$$

La carica interna è pari a $\int_{C,L} \rho(r)\,dV = \int_0^r \int_0^L \int_0^{2\pi} A r \cdot r\,dr\,dz\,d\varphi =$

$$= \int_0^r A r^2\,dr \underbrace{\int_0^L dz}_{L} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi}_{2\pi} = 2\pi L A \int_0^r r^2\,dr = 2\pi L A \frac{r^3}{3}$$

Pertanto

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E_r(r)\, \cancel{2\pi r L} = \cancel{2\pi} \cancel{L} A \frac{r^{\cancel{3}\,2}}{3\varepsilon_0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_r(r) = \frac{A r^2}{3\varepsilon_0}$$

Se $r > R$ il flusso resta identico, mentre la carica interna diventa $q_{int} = 2\pi L A \frac{R^3}{3}$ da cui $E_r(r) = \frac{A R^3}{3\varepsilon_0 r}$

Se $r = d_1 = 0$ (sull' asse) si ha $E_r(d_1) = 0$

Se $r = d_2 = 25.0$ cm (all' interno) si ha $E_r(d_2) = \frac{A d_2^2}{3\varepsilon_0} =$

$$= \frac{10 \cdot (0.25)^2}{3 \cdot 8.85 \; 10^{-12}} = 2.35 \; 10^{10} \; \frac{N}{C}$$

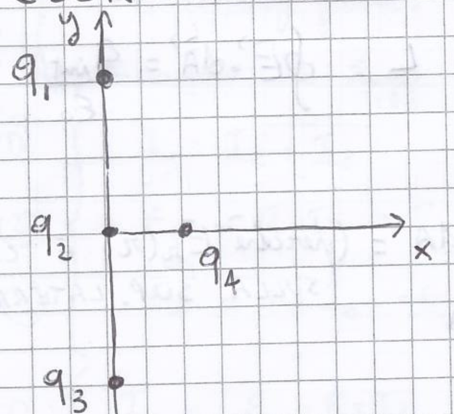
Se $r = d_3$ (SUPERFICIE LATERALE), verificata la continuità del campo si ha

$$E_r(d_3) = \frac{A d_3^2}{3\varepsilon_0} = 9.41 \; 10^{10} \; \frac{N}{C}$$

se $r = d_4 = 1.00$ m (all' esterno) $E_r(d_4) = \frac{A R^3}{3\varepsilon_0 \cdot d_4} =$

$$= \frac{10 \cdot 0.5^3}{3 \cdot 8.85 \; 10^{-12} \cdot 1} = 4.71 \; 10^{10} \; \frac{N}{C}$$

ESERCIZIO 2



$q_1 = q_2 = q_3 = 0.10 \; C = q \quad q_4 = 0.20 \; C$

$y_1 = 2.0$ m $\quad y_2 = 0.0$ m $\quad y_3 = -2.0$ m

$x_4 = 1.0$ m $\quad m = 10$ g

1) Chiamata r_{ij} la distanza tra la carica i e la carica j l' energia per assemblare il sistema delle tre cariche fisse è

$$E = \underbrace{0}_{\text{ENERGIA PER PORTARE } q_1 \text{ DALL' INFINITO IN ASSENZA DI ALTRE CARICHE}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}}}_{\text{ENERGIA PER PORTARE } q_2 \text{ CONTRASTANDO LA REPULSIONE DI } q_1} + \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}}}_{\text{ENERGIA PER PORTARE } q_3 \text{ CONTRASTANDO LA REPULSIONE DI } q_1 \text{ e } q_2} \iff$$

$$\iff E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q^2 \left(\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{13}} + \frac{1}{r_{23}} \right) =$$

$$= \frac{1}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \; 10^{-12}} (0.1)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = 1.1 \cdot 10^8 \; J$$

2) L'energia della particella si conserva. All'inizio l'energia è interamente potenziale e pari a $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_4}{r_{14}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_4}{r_{24}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3 q_4}{r_{34}}$

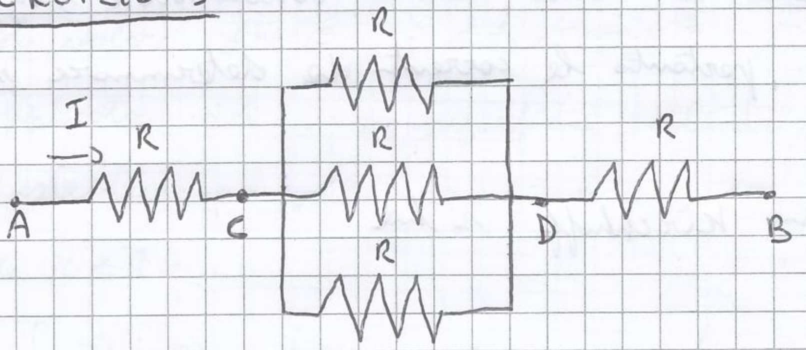
A distanza ∞ l'energia è tutta cinetica e pari a $\frac{1}{2} m v^2$. Pertanto

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q q_4 \left(\frac{1}{r_{14}} + \frac{1}{r_{24}} + \frac{1}{r_{34}} \right) = \frac{1}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85\ 10^{-12}}\, 0.1 \cdot 0.2 \left(\frac{1}{\sqrt{2^2+1^2}} + \frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2^2+1^2}} \right) =$$

$$= 3.4\ 10^{8}\ J$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = E \iff v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{3.4 \cdot 10^8}{10\ 10^{-3}}} = \sqrt{3.4\ 10^{10}} = 1.84 \cdot 10^5\ m/s$$

<u>ESERCIZIO 3</u>



$R = 60\ \Omega$

I 3 resistori centrali sono in parallelo pertanto

$$\frac{1}{R_{1eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \iff R_{1eq} = \frac{R}{3}$$

Il primo resistore, il "resistore equivalente" al parallelo e l'ultimo resistore sono in serie, pertanto:

$$R_{eq}^{TOT} = R + \frac{R}{3} + R = \frac{7}{3} R = \frac{7}{\cancel{3}} \cdot \overset{20}{\cancel{60}} = 140\ \Omega$$

Se tra A e B è collegata una batteria 20 V la corrente I è data, tramite la legge di Ohm, da

$$\mathcal{E} = R_{eq}^{TOT} I \iff I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}^{TOT}} = \frac{20}{140} = \frac{1}{7} = 0.14\ A$$

La differenza di potenziale ai capi di ogni resistore è

$$\Delta V_1 = V_A - V_C = RI = 8.6\ V = \Delta V_3 = V_D - V_B$$

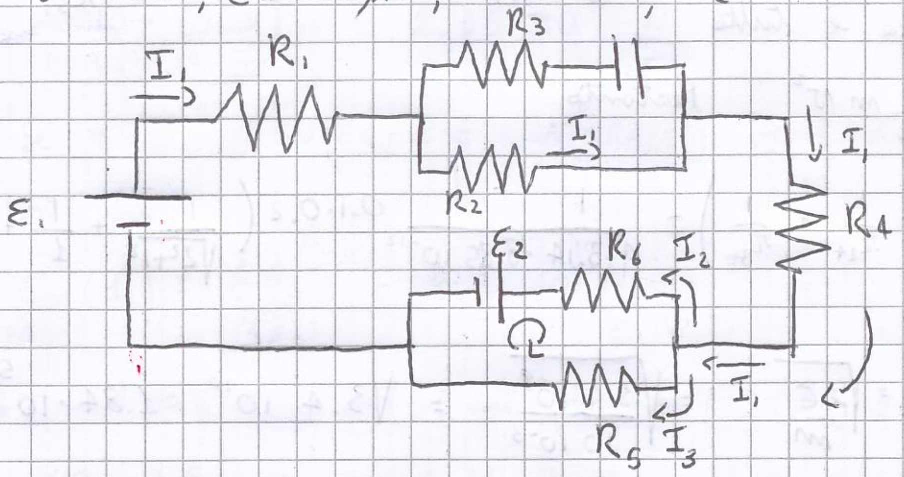
Nel parallelo I si divide in parti uguali nei tre rami pertanto la differenza di potenziale ai capi di ogni resistore del parallelo è

$$V_C - V_D = R\frac{I}{3} = 2.9\ V$$

ESERCIZIO 4

$R_1 = 50.0\,\Omega$ $R_2 = 100\,\Omega$ $R_3 = 25.0\,\Omega$ $R_4 = 25.0\,\Omega$ $R_5 = 250\,\Omega$

$R_6 = 150\,\Omega$, $C = 10.0\,\mu F$, $\mathcal{E}_1 = 10.0\,V$, $\mathcal{E}_2 = 5.00\,V$



1) In condizioni stazionarie il ramo con il condensatore non è attraversato da corrente, pertanto le correnti da determinare sono quelle in figura.

Applicando le leggi di Kirchhoff si ha

$$\begin{cases} (1)\quad I_1 = I_2 + I_3 \\ (2)\quad \mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_2 I_1 - R_4 I_1 - R_5 I_3 = 0 \iff \\ (3)\quad \mathcal{E}_2 + R_6 I_2 - R_5 I_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2)\quad I_1 = \dfrac{\mathcal{E}_1 - R_5 I_3}{R_1+R_2+R_4} = 2.56\ 10^{-2}\ A \\ (3)\quad I_2 = \dfrac{R_5 I_3 - \mathcal{E}_2}{R_6} = 3.49\ 10^{-3}\ A \\ (1)\quad I_3 = \left[\dfrac{\mathcal{E}_1}{R_1+R_2+R_4} + \dfrac{\mathcal{E}_2}{R_6}\right]\dfrac{1}{1+\dfrac{R_5}{R_6}+\dfrac{R_5}{R_1+R_2+R_4}} = 0.0221 = 2.21\ 10^{-2}\ A \end{cases}$$

2) $P_1 = \mathcal{E}_1 I_1 = 2.56\ 10^{-1}\ W$

$P_2 = -\mathcal{E}_2 I_2 = -1.75\ 10^{-2}\ W$ (NEGATIVA PERCHE I_2 ENTRA DAL POLO +) QUINDI LA POTENZA È ASSORBITA

3) $Q = C\Delta V = C\cdot(R_2 I_1) = 10\cdot 10^{-6}\cdot 100\cdot 2.56\,10^{-2} =$

$= 2.56\ 10^{-5}\ C$