Università del Salento
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Industriale
Primo esonero di **FISICA GENERALE 2** del 12/12/14

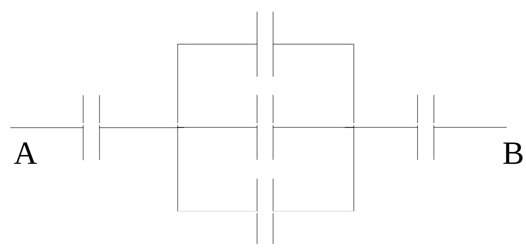
Esercizio 1 (8 punti):

Una distribuzione di carica è costituita da una sfera isolante uniformemente carica di raggio R= 10.0 cm e carica totale Q_s= -1.00 C e da un guscio sferico isolante uniformemente carico di uguale raggio e carica totale Q_g=0.500 C. La distanza tra i centri delle due distribuzioni è D=50.0 cm. Si determini la forza elettrica a cui è soggetta una carica di prova q=0.100 C posta lungo la congiungente dei due centri alle seguenti distanze dal centro della sfera: d_1=0.00 cm, d_2=5.00 cm, d_3=10.0 cm, d_4=25.0 cm, d_5=45.0 cm.

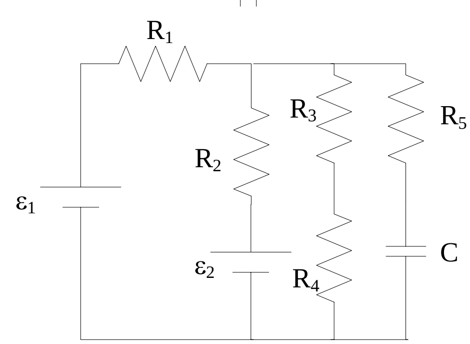
Esercizio 2 (6 punti):

Tre cariche puntiformi uguali di valore 1 C sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato L=10 cm. Si determinino:
1) L'energia potenziale elettrostatica di una qualsiasi delle cariche.
2) L'energia necessaria per realizzare la distribuzione di cariche.

Esercizio 3 (8 punti): Cinque condensatori identici, di capacità 2μF sono collegati secondo lo schema in Figura.
Si determinino:
1) la capacità equivalente del sistema di condensatori.
2) la carica su ogni condensatore se la differenza di potenziale tra A e B vale 10 V.



Esercizio 4 (10 punti):
Il circuito in figura opera in condizioni stazionarie, con il condensatore carico. Si determino:
1) I valori delle correnti nei vari rami.
2) La potenza dissipata per effetto Joule dal resistore di resistenza R_1.
3) La carica sul condensatore.
R_1=50 Ω, R_2=100 Ω, R_3=25 Ω, R_4=25 Ω, R_5=250 Ω, C=1μF, ε_1=20V, ε_1=10V

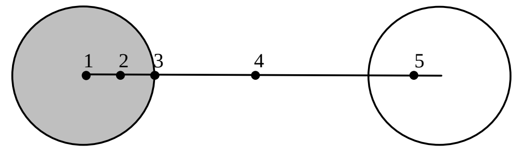


Teoria 1 (4 punti): Si dimostri che l'energia necessaria per caricare un condensatore di capacità C, tra le cui armature sia applicata una differenza di potenziale V, è pari a $\frac{1}{2}CV^2$

Teoria 2 (4 punti): Si enuncino le due leggi di Kirchhoff, giustificandone il significato.

Soluzione

Esercizio 1



La disposizione delle cinque posizioni della carica di prova è riportata in Figura (a sinistra è rappresentata la sfera e a destra il guscio sferico). Per risolvere l'esercizio è sufficiente ricordare l'espressione del campo elettrico generato da una sfera uniforme e un guscio sferico uniforme all'interno e all'esterno della distribuzione, oltre alla relazione $\vec{F} = q\vec{E}_{tot}$.

Entrambi i campi sono radiali pertanto nelle posizioni richieste sono diretti lungo la congiungente dei due centri. Il campo della sfera punta verso il centro della sfera (carica negativa) mentre quello del guscio sferico è uscente dal centro. Nel tratto considerato i campi sono pertanto paralleli e concordi e la carica di prova positiva risentirà di una forza totale orizzontale verso sinistra.

Scegliendo un'asse x orizzontale verso destra le componenti x del campo elettrici della sfera e del guscio, a distanza r dal rispettivo centro, sono date da:

$$E_{sx} = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_s}{R^3}r & r < R \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_s}{r^2} & r \geq R \end{cases} \quad E_{ax} = \begin{cases} 0 & r < R \\ -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_g}{r^2} & r > R \end{cases}$$

Le distanze dal centro della sfera sono assegnate, mentre le distanze dei vari punti dal centro del guscio sono pari a $d'_i = D - d_i$ e quindi d'_1=50.0 cm, d'_2=45.0 cm, d'_3=40.0 cm, d'_4=25.0 cm, d'_5=5.00 cm.

Nei 5 punti abbiamo pertanto:

$$F_{1x} = q(E_{s1x} + E_{g1x}) = q\left(0 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_g}{{d'_1}^2}\right) = -1.80\ 10^9 N$$

$$F_{2x} = q(E_{s2x} + E_{g2x}) = q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_s}{R^3}d_2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_g}{{d'_2}^2}\right) = -4.72\ 10^{10} N$$

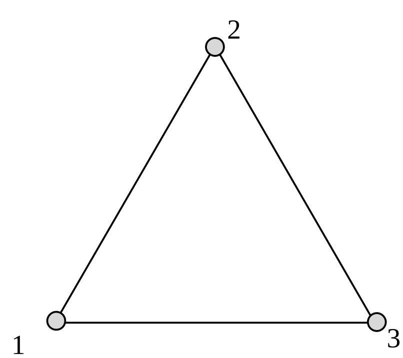
$$F_{3x} = q(E_{s3x} + E_{g3x}) = q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_s}{{d_3}^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_g}{{d'_3}^2}\right) = -9.27\ 10^{10} N$$

$$F_{4x} = q(E_{s4x} + E_{g4x}) = q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_s}{{d_4}^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_g}{{d'_4}^2}\right) = -2.16\ 10^{10} N$$

$$F_{5x} = q(E_{s5x} + E_{g5x}) = q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_s}{{d_5}^2} - 0\right) = -4.44\ 10^9 N$$

Esercizio 2

La geometria della distribuzione di carica è riportata in Figura.



1) Ricordando che l'energia potenziale di una carica puntiforme q_1, associata alla forza di Coulomb esercitata da una carica q_2 a distanza r da q_1 è data da $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$, e tenendo conto che le cariche sono uguali e ogni carica dista L dalle altre due si ha

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q^2}{L} + \frac{q^2}{L}\right) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L} = 1.8\ 10^{11} J$$

2) L'energia necessaria per realizzare la distribuzione di carica coincide con la somma delle energie necessarie per portare nella posizione finale ogni carica, contrastando l'effetto delle forze elettriche con le cariche già presenti. Supponiamo di realizzare la distribuzione di cariche portando nella posizione finale le cariche rispettando l'ordine numerico (per prima la carica 1, poi la 2 e poi la 3).

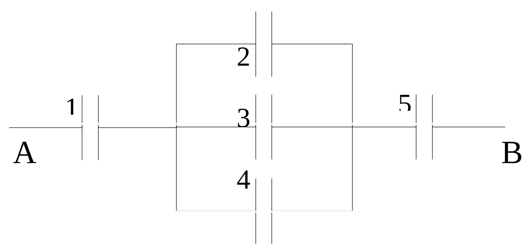
La prima carica viene spostata in assenza di forze elettriche, quindi senza spendere energia.

La carica 2 viene portata in posizione in presenza della forza di Coulomb esercitata dalla carica 1, pertanto l'energia necessaria per portarla nella posizione finale è data dall'energia potenziale elettrostatica $U_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L}$

Per portare nella posizione finale la carica 3 è necessaria un'energia pari all'energia potenziale della carica 3 associata alle forze di Coulomb con le cariche 1 e 2 (uguale a quella calcolata nel punto 1).

L'energia totale è pertanto pari a $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L} + \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L} = 1.5\ U = 2.70\ 10^{11} J$

Esercizio 3



1) Il sistema di condensatori contiene tre condensatori in parallelo, a loro volta in serie ad altri due condensatori.

Chiamata C la capacità di ogni condensatore (tutti uguali), la capacità equivalente del parallelo è la somma delle singole capacità, pertanto C_{par}=3C.

Ricordando invece che se i condensatori sono in serie il reciproco della capacità equivalente è pari alla somme dei reciproci delle singole capacità abbiamo:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{3C} + \frac{1}{C} = \frac{7}{3C} \Rightarrow C_{eq} = \frac{3}{7}C = 0.86\ \mu F$$

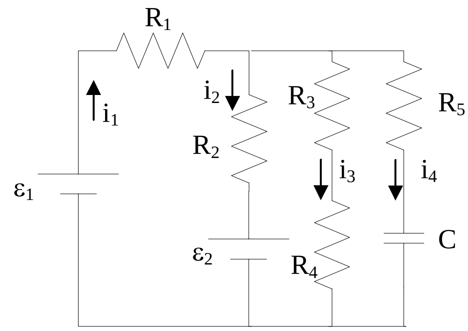
2) Per calcolare la carica su ogni condensatore è sufficiente ricordare che la carica totale sulle armature di ogni condensatore della serie è la stessa e pari a quella accumulata sul condensatore equivalente. Pertanto si ha:

$$Q = C_{eq}V_{ab} = 8.57\mu C = Q_1 = Q_5$$

La stessa carica totale è accumulata sui tre condensatori in parallelo. Considerato che ai capi dei tre condensatori si ha la stessa differenza di potenziale, e che i condensatori hanno la stessa capacità, la carica su ogni condensatore sarà la stessa e pari a 1/3 di Q, pertanto:

$$Q_2 = Q_3 = Q_4 = \frac{Q}{3} = 2.86\ \mu C$$

Esercizio 4



1) Come primo passo vanno individuati i rami del circuito, cioè tutti i tratti percorsi da una corrente comune.

Con riferimento alla figura, sia per i nomi delle correnti che per il verso positivo, iniziamo dal considerare che nei rami in cui si trovi un condensatore completamente carico non scorre corrente, pertanto i_4 =0 A.

Le altre correnti possono essere determinate dalle Leggi di Kirchhoff. Applichiamo la legge dei nodi al nodo tra il ramo con la resistenza R_1 e il parallelo tra R_2 e la serie R_3+R_4 e la legge delle maglie alla maglia contenente R_1, R_2 e le due batterie e quella contente la batteria 2, e le resistenze R_2,R_3 ed R_4 (entrambe percorse in verso orario):

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ \epsilon_1 - \epsilon_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 \\ R_3 i_3 + R_4 i_3 - R_2 i_2 = \epsilon_2 \end{cases}$$

Ricavando dalla seconda e dalla terza equazione i_1 e i_3 in funzione di i_2 e sostituendoli nella prima si trova:

$$\begin{cases} i_2 = \left(\dfrac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_1} - \dfrac{\epsilon_2}{R_3 + R_4}\right) \dfrac{1}{1 + \dfrac{R_2}{R_1} + \dfrac{R_2}{R_3 + R_4}} \\ i_1 = \dfrac{\epsilon_1 - \epsilon_2 - R_2 i_2}{R_1} \\ i_3 = \dfrac{\epsilon_2 + R_2 i_2}{R_3 + R_4} \end{cases}$$

Sostituendo i valori numerici si trova:

$$\begin{cases} i_2 = 0\ A \\ i_1 = 0.20\ A \\ i_3 = 0.20\ A \end{cases}$$

2) La potenza dissipata per effetto Joule sul resistore di resistenza R_1 è data da:

P= $R_1\, i^2{}_1$=2 W

3) La carica sul condensatore può essere calcolata usando la relazione Q=CΔV, dove ΔV è la differenza di potenziale ai capi del condensatore.

Poiché il condensatore è su un ramo in parallelo al ramo con la batteria 2 e R_2 e al ramo con R_3 e R_4, pertanto si ha $\Delta V=(R_3+R_4)i_3$, da cui si ottiene $Q=C(R_3+R_4)i_3=10\mu C$.