

Determinazione dell'indice di rifrazione del vetro tramite uno spettrometro a prisma

Marco Anni

1 Scopo dell'esperienza

Ci si propone di determinare l'indice di rifrazione del vetro, tramite l'analisi dell'angolo di deviazione della luce da parte di un prisma a sezione triangolare.

2 Cenni teorici

Quando un raggio luminoso incide sulla faccia di un prisma triangolare, ortogonale al piano di propagazione del fascio, subisce una doppia deviazione dovuta alla rifrazione all'interfaccia aria-prisma e all'interfaccia prisma-aria. Con riferimento alla Figura 1, si dimostra che l'angolo di deviazione δ , dipende dall'angolo di incidenza i , dall'angolo rifrangente del prisma α e dall'indice di rifrazione n tramite l'equazione:

$$\delta = i - \alpha + \arcsin \left(\sin \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos \alpha \sin i \right) \quad (1)$$

Si dimostra inoltre che, al variare di i , δ presenta un minimo, legato ad α e ad n dall'Equazione:

$$n = \frac{\sin \left(\frac{\alpha + \delta_{min}}{2} \right)}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (2)$$

Nella configurazione di minimo si ha inoltre $i = u$ pertanto, se il prisma è isoscele, i raggi all'interno del prisma viaggiano paralleli alla base.

Le relazioni precedenti verranno usate per determinare il valore di n .

3 Strumentazione a disposizione

L'apparato sperimentale è costituito da uno spettrometro a prisma composto da (vedi Figura 2):

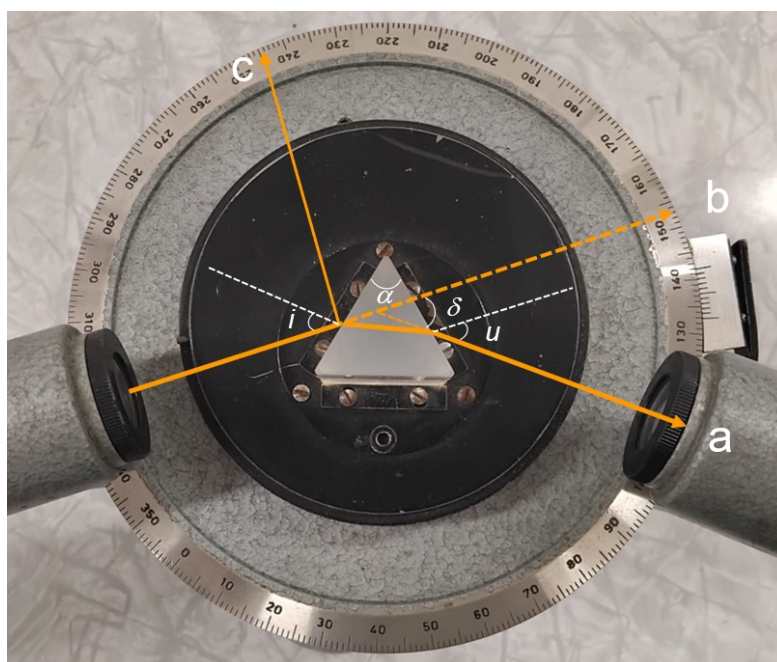


Figura 1: Vista dall'alto dell'apparato sperimentale, con indicazione di un ragionevole percorso dei vari raggi da osservare durante l'esperimento.

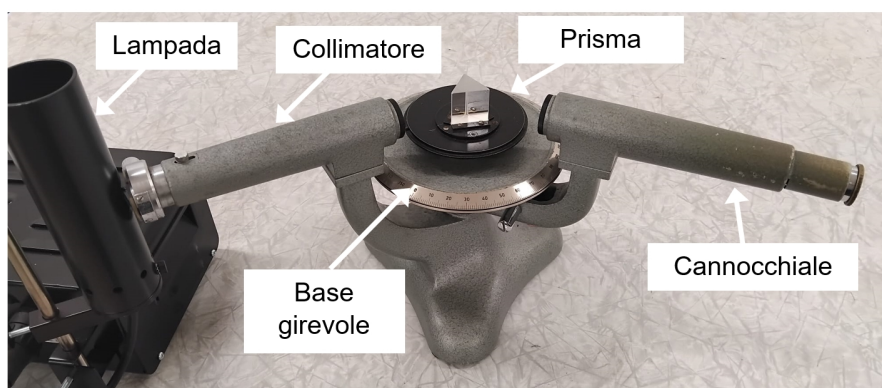


Figura 2: Fotografia dell'apparato sperimentale.

- Una lampada a vapori di sodio, che emette luce approssimativamente monocromatica, come sorgente luminosa;
- Un collimatore contenente una fenditura di larghezza variabile, posta nel piano focale di una lente convergente;
- Un prisma triangolare in vetro;
- Un cannocchiale contenente una lente convergente e un oculare mobile dotato di mirino a croce, solidale ad un nonio decimale, che consente di leggere angoli apprezzando il decimo di grado;
- Una base goniometrica girevole.

4 Operazioni preliminari

Prima di iniziare l'acquisizione delle misure è utile familiarizzare con l'apparato sperimentale. In particolare si individuino le tre viti poste sotto la base circolare, che servono a bloccare la rotazione della base, del cannocchiale e alla movimentazione fine del cannocchiale.

Successivamente, si ottimizzi la larghezza della fenditura e la messa a fuoco dell'oculare, allineando il cannocchiale al collimatore (senza prisma) e osservando la luce della lampada. La configurazione ideale consentirà di vedere una fenditura luminosa e a fuoco (evitare di aprire troppo la fenditura per non essere abbagliati, o di chiuderla troppo per non avere problemi ad individuare i raggi dopo la riflessione o rifrazione). Si orienti anche il mirino interno all'oculare in modo da avere una delle righe lungo la direzione della striscia luminosa.

Si faccia infine anche attenzione al corretto posizionamento del prisma, che deve avere lo spigolo rifrangente quanto più possibile vicino all'asse di rotazione della base, chiaramente visibile sul supporto per il prisma.

5 Esecuzione dell'esperimento

5.1 Determinazione dell'angolo rifrangente

L'angolo rifrangente α può essere misurato ruotando lo spigolo rifrangente verso il collimatore, in modo che entrambe le facce del prisma vengano illuminate. Con riferimento alla Figura 3, chiamati i_1 e i_2 gli angoli di incidenza con la faccia sinistra e destra, rispettivamente, si ha $\alpha = \pi/2 - i_1 + \pi/2 - i_2$.

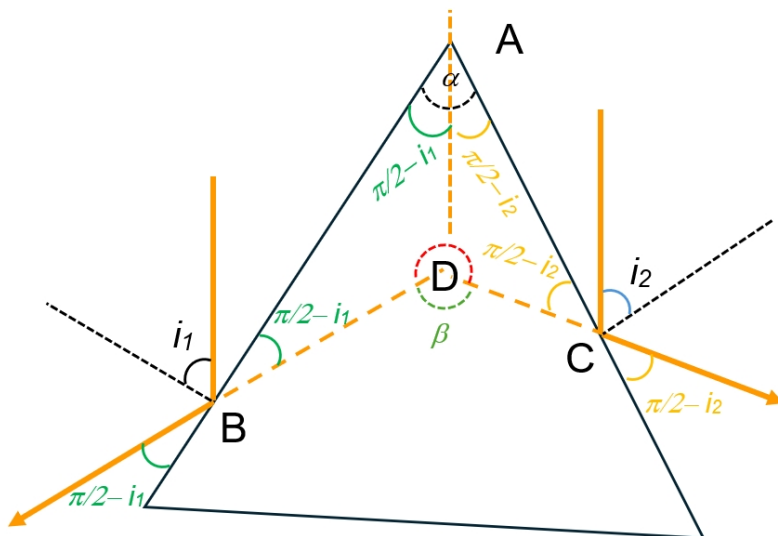


Figura 3: Fotografia dell'apparato sperimentale.

Inoltre, imponendo che la somma degli angoli interni del quadrilatero ABCD sia 2π e chiamando β l'angolo tra i due raggi riflessi si ha:

$$\pi/2 - i_1 + \pi/2 - i_2 + \alpha + 2\pi - \beta = 2\pi \Leftrightarrow \alpha + \alpha + 2\pi - \beta = 2\pi \Leftrightarrow \beta = 2\alpha \quad (3)$$

Si noti che l'uguaglianza precedente vale indipendentemente dai valori di i_1 e i_2 , che non devono essere necessariamente uguali. Per determinare α è quindi sufficiente orientare lo spigolo rifrangente verso i raggi in uscita dal collimatore ed accertarsi che i raggi raggiungano entrambe le facce del prisma.

Dopo aver fissato la base, si ruoti il cannocchiale fino ad individuare i raggi riflessi da una delle facce, cercando di portare l'immagine vicino alla riga verticale del mirino. Fissato anche il cannocchiale si agisca sulla movimentazione fine per far coincidere la striscia luminosa con la riga verticale del mirino, e si proceda alla lettura dell'angolo r_1 . Dopo aver ripetuto la misura per la seconda faccia, e determinato l'angolo r_2 , si determini l'angolo compreso tra i raggi riflessi $\beta = |r_1 - r_2|$, e si determini infine α sfruttando la relazione $\beta = 2\alpha$. Qualora lo 0 della scala graduata dovesse cadere tra i due raggi riflessi se ne tenga opportunamente conto per determinare correttamente l'angolo β .

Durante la rotazione del cannocchiale alla ricerca dei raggi riflessi, è probabile che si trovino più strisce luminose, di cui una sola è dovuta ai raggi riflessi (e le altre a raggi che vengono rifratti nel prisma, per poi uscire dopo una o più riflessioni interne), rendendo delicata l'individuazione dei raggi corretti.

Per individuare i raggi *spuri* una possibile strategia è osservarne il comportamento mentre si ruota il prisma (ad esempio nel verso che porta ad una diminuzione dell'angolo di incidenza su una faccia). Si noter  che alcuni dei raggi non si muovono nel verso atteso per i raggi riflessi (che devono rispettare la Legge della riflessione).

Un altro fattore che consente di distinguere i raggi riflessi da quelli spuri   l'intensit . Si tenga presente che, ad ogni interfaccia aria-vetro (o vetro-aria) solo una minima parte della radiazione viene riflessa (tipicamente meno del 5%). Pertanto tra i vari raggi osservabili quelli spuri, provenienti da almeno una riflessione interna al prisma dopo una rifrazione, sono sicuramente meno intensi di quelli riflessi all'interfaccia aria-prisma.

Infine, a causa della dipendenza dell'angolo di rifrazione dall'indice di rifrazione, e della dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda della radiazione, i raggi che attraversano il prisma escono ad angoli diversi a seconda del loro colore. La lampada a vapori di sodio emette principalmente radiazione con lunghezza d'onda $\lambda \approx 590$ nm (arancione) ma anche, seppur con minore intensit , radiazione rossa, verde e blu. Osservando attentamente i raggi in uscita dal cannocchiale si riesce spesso a notare che alcuni raggi arancioni hanno vicini raggi di altro colore. In tal caso la luce in questione   sicuramente passata dal prisma, e quindi il raggio arancione osservato non pu  essere il raggio riflesso.

5.2 Angolo di deviazione minima

Per determinare il valor minimo dell'angolo di deviazione si suggerisce di ruotare il prisma in modo che la faccia di entrata sia quasi parallela ai raggi provenienti dal collimatore. Aiutandosi con la geometria della Figura 1 si ruoti in cannocchiale alla ricerca del raggio uscente. Anche in questa parte   possibile che, nella zona del raggio uscente, si osservino nuovamente raggi *spuri*. Tenendo conto che il raggio cercato   rifratto sia all'ingresso del prisma che all'uscita, ci si aspetta che la striscia arancione dovuta al raggio uscente dopo la rifrazione sia molto intensa e accompagnata dalle deboli strisce di altri colori.

Una volta individuati i raggi rifratti, si ruoti il prisma in modo da diminuire l'angolo di incidenza. Essendo partiti da un valore di angolo di incidenza molto grande,   estremamente probabile che il valore iniziale sia superiore al punto di minimo della funzione $\delta(i)$ e quindi che, alla diminuzione di i , si osservi una diminuzione di δ . Il raggio rifratto pertanto si sposter  verso la direzione del prolungamento del raggio incidente (che   la direzione di osservazione della luce incidente quando non c'  il prisma). Man mano che ci si avvicina alla condizione di minimo si osserva che il raggio rifratto si sposta con velocit  decrescente (se si ha l'accortezza di ruotare il prisma con velocit  angolare ragionevolmente costante), fino a fermarsi e ad invertire il moto. Usando come riferimento la riga verticale

del mirino si determini la direzione di uscita corrispondente al punto di arresto del moto, misurando l'angolo a (vedi Figura 1). Si determini infine l'angolo di uscita in assenza del prisma b , e l'angolo minimo di deviazione per differenza $\delta_{min} = |b - a|$.

5.3 Angolo di deviazione in funzione dell'angolo di incidenza

Per poter studiare la dipendenza dell'angolo di deviazione dall'angolo di incidenza, è necessario capire come determinare il valore dell'angolo di incidenza. Con riferimento alla Figura 1 è immediato verificare che vale la seguente relazione:

$$2i + |b - c| = \pi \Leftrightarrow i = \frac{\pi - |b - c|}{2} \quad (4)$$

Pertanto la determinazione di i , per ogni data configurazione del prisma, richiede la determinazione della direzione del fascio riflesso, data dall'angolo c , e quella del fascio incidente, data dall'angolo b .

Per effettuare le varie misure si determini innanzitutto l'intervallo di valori di i accessibili sperimentalmente. A tal fine, partendo dalla condizione di minimo, si ruoti il prisma osservando il fascio rifratto fino al punto in cui il fascio scompare. La scomparsa del fascio rifratto indica che la luce proveniente dal collimatore non esce più dalla faccia corretta, impedendo quindi le misure oltre questa configurazione. Dopo essere tornati un po' indietro, fino a rivedere il raggio rifratto, si misurino c , a e, dopo aver tolto il prisma, b . Ripetendo la procedura sia per rotazioni orarie che antiorarie del prisma, si determina l'intervallo di variabilità di i e, stabilito quante misure effettuare, il passo tra una misura e la successiva.

Considerato che l'angolo i non si misura direttamente, per poterne variare il valore rispettando il passo scelto è necessario scegliere un riferimento che indichi, almeno approssimativamente, l'angolo di rotazione del prisma tra una misura e l'altra. Una possibilità è stimare l'angolo di rotazione tra due misure osservando una parte dello strumento che resti fissa (ad esempio il bordo del collimatore) oppure, osservando la luce della lampada senza prisma, si può ruotare la base in modo da cambiare la lettura di b del passo scelto.

5.4 Stima della dispersione di n

Come già accennato in precedenza, l'indice di rifrazione dei materiali non è una costante, ma è una funzione della lunghezza d'onda (cioè del colore, nell'intervallo spettrale del visibile). Tipicamente i materiali trasparenti mostrano valori di n decrescenti con la lunghezza d'onda, quindi maggiori nel blue che nel rosso. Tale proprietà porta a rifrazione ad angoli diversi per componenti cromatiche di diversa lunghezza d'onda, alla base della possibilità di scomporre la luce bianca in componenti monocromatiche scoperta da Newton proprio utilizzando un prisma.

Nelle misure precedenti, condotte osservando radiazione in buona approssimazione monocromatica con $\lambda \approx 590$ nm, si è determinato il valore di n a tale lunghezza d'onda. Per stimare di quanto differiscano i valori di indice di rifrazione del vetro costituente il prisma tra il blu e il rosso, si sostituisca la lampada a vapori di sodio con una lampadina ad incandescenza, ripetendo la parte di esperimento per la determinazione di δ_{min} . Ci si posizioni in una configurazione in cui si osserva l'inversione del moto dei raggi rifratti (a rigore diverse per le varie lunghezze d'onda), e si stimi l'angolo di deviazione minimo dell'estremo blu e di quello rosso dello spettro osservato.

6 Analisi dati

La determinazione del valore di n dal valore di δ_{min} si effettua direttamente dall'Equazione 2. La verifica sperimentale della validità della Equazione 1 richiede invece l'adattamento nel senso dei minimi quadrati dei valori sperimentali della dipendenza di δ da i .

Qualora l'adattamento sia soddisfacente si confrontino i valori di Best-fit di n e α con quelli ottenuti in precedenza.

Infine, si utilizzino i dati ottenuti con la lampada bianca per determinare n_{blu} e n_{rosso} tramite l'Equazione 2.