

# Determinazione della distanza focale di una lente sottile

Marco Anni

## 1 Scopo dell'esperienza

Ci si propone di verificare la validità dell'Equazione dei punti coniugati per una lente sottile e di determinarne la distanza focale  $f$ .

## 2 Cenni teorici

L'Equazione dei punti coniugati lega la posizione, rispetto alla lente, in cui si trova un oggetto alla posizione, sempre rispetto alla lente, in cui si forma l'immagine. Con riferimento alla Figura 1, chiamata  $p$  la posizione lungo l'asse ottico in cui si trova l'oggetto, e  $q$  la posizione in cui si forma l'immagine, nell'ipotesi che la lente abbia spessore trascurabile ed in approssimazione di Gauss dei raggi parassiali si ha:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Il grafico di  $q$  in funzione di  $p$  (vedi Figura 2) è pertanto un'iperbole equilatera, con un asintoto orizzontale di equazione  $q = f$  e uno verticale di equazione  $p = f$ .

## 3 Strumentazione a disposizione

L'apparato sperimentale è costituito da (vedi Figura 3):

- Un proiettore costituito da una lampada bianca e una lente di collimazione, come sorgente luminosa;
- Tre aghi, di diversa dimensione, montati sul proiettore tramite un supporto scorrevole, agenti da oggetto (indicato con  $O$  in seguito);
- La lente di focale incognita ( $L$ );

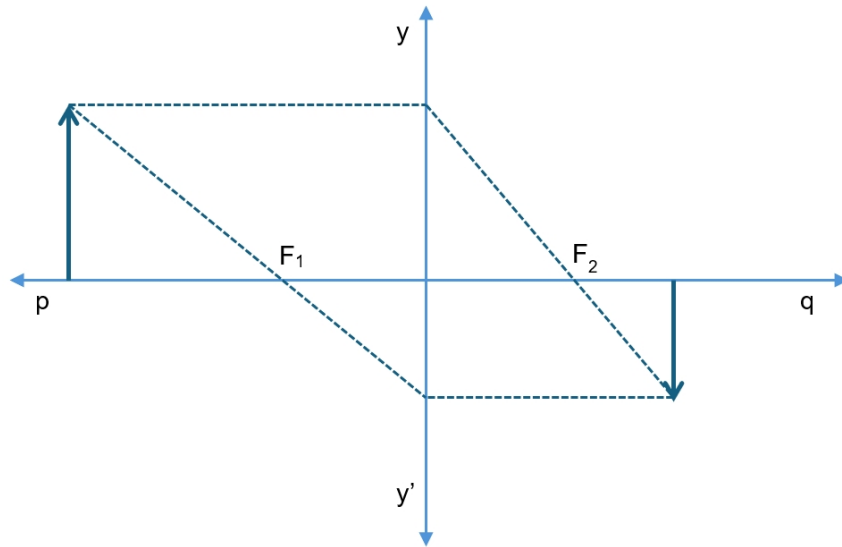


Figura 1: Schema del sistema di riferimento utilizzato per scrivere l'Equazione dei punti coniugati. La lente, non raffigurata, si trova in corrispondenza degli assi  $y$  e  $y'$ .

- Una *lente ausiliaria* ( $L_A$ );
- Uno schermo millimetrato, su cui osservare l'immagine ( $I$ );

Tutti i componenti sono montati su dei cavalieri in grado di scorrere su un binario millimetrato, su cui possono essere fissati tramite una vite, leggendone la posizione sulla scala millimetrata. In seguito la posizione di ogni elemento sarà indicata con la lettera corrispondente all'elemento, ma minuscola (quindi  $o$ ,  $l$ ,  $l_A$ , e  $i$  per le posizioni di oggetto, lente, lente ausiliaria e immagine, rispettivamente).

## 4 Operazioni preliminari

Prima di iniziare l'acquisizione delle misure è necessario ottimizzare la posizione della lente collimatrice del proiettore, per avere un fascio luminoso per quanto possibile collimato e parallelo all'asse ottico. A tal fine bisogna posizionare il proiettore ad un'estremità del binario e lo schermo all'estremità opposta, e muovere longitudinalmente il supporto della lampada (sul retro del proiettore) osservando la luce sullo schermo. La configurazione ottimale è quella che consente di osservare sullo schermo l'immagine a fuoco del filamento della lampada. Se necessario, agendo sulle viti poste sul retro del proiettore, bisogna centrare l'immagine sullo schermo.

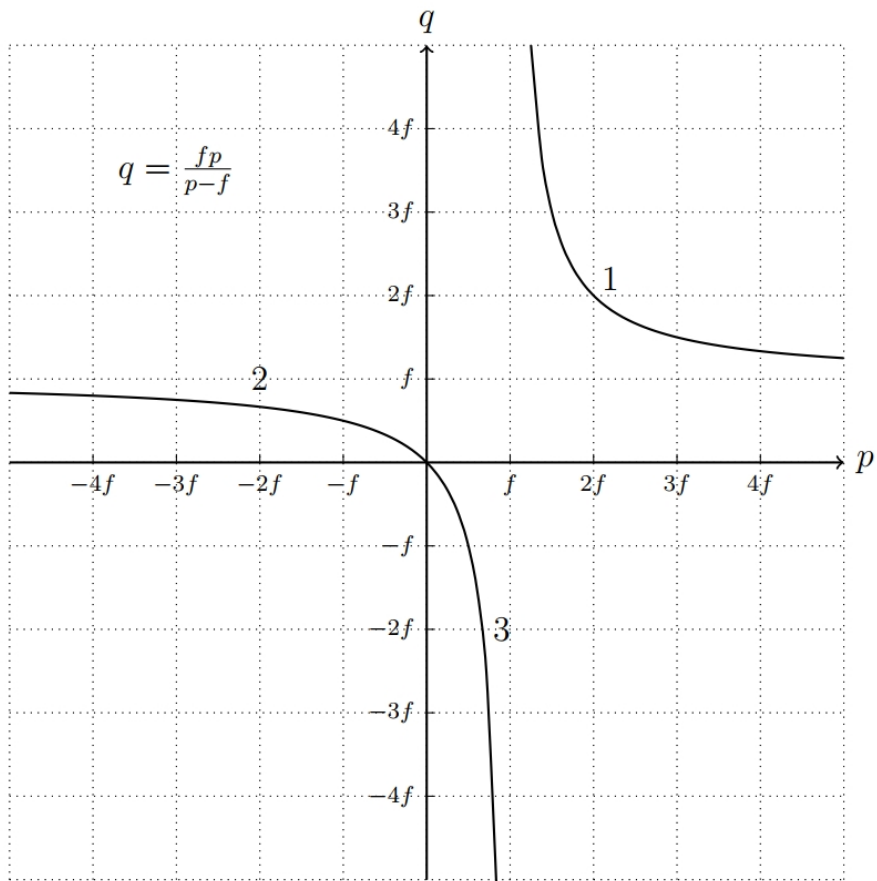


Figura 2: Grafico dell'equazione 1. I valori sugli assi sono espressi come multipli della distanza focale  $f$ .

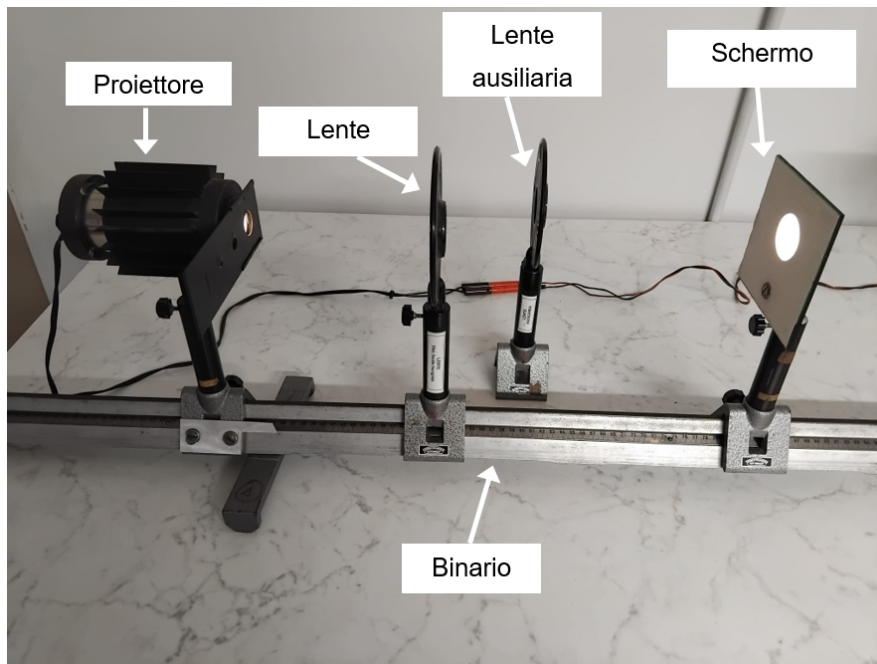


Figura 3: Foto dell'apparato sperimentale

## 5 Esecuzione dell'esperimento

### 5.1 Ramo 1

Considerato che la lente raccoglie la luce del proiettore diffusa dall'ago, la luce incidente sulla lente è divergente (oggetto reale). Inoltre sullo schermo possiamo osservare solo l'immagine prodotta dalla convergenza dei raggi a valle della lente (immagine reale). Osservando il grafico in Figura 2 la condizione oggetto reale e immagine reale si ottiene quando l'oggetto è distanza dalle lente maggiore della distanza focale (quindi  $p > f$ ), ottenendo un'immagine reale a distanza dalla lente maggiore della distanza focale ( $q > f$ ). I dati si possono pertanto acquisire determinando la posizione  $i$  in cui si forma sullo schermo l'immagine a fuoco, per diversi valori di distanza oggetto-lente.

Per quanto la misura sia piuttosto semplice è utile porre attenzione a sfruttare al meglio l'intera lunghezza del binario per ottenere un ampio intervallo di valori di  $p$  e  $q$  e a scegliere opportunamente i valori di  $p$ .

Si suggerisce innanzitutto di fissare il proiettore ad un'estremità del binario, misurando il valore di  $o$  tramite l'indice metallico fissato al cavaliere (prestando attenzione ad evitare errori di parallasse) e di tenerlo fisso.

Fissata la lente  $L$  a distanza maggiore di  $f$  ( $f \approx 10$  cm) si misuri  $l$  e si posizioni lo schermo in modo da vedere l'immagine dell'ago a fuoco, misurando il valore

di  $i$ . Per alcune configurazioni (ad esempio quando l'immagine si forma a grande distanza dalla lente) si osserverà che non esiste un'unica posizione dello schermo in cui l'immagine è a fuoco, ma piuttosto un intervallo. In tal caso si registrino gli estremi dell'intervallo di messa a fuoco,  $i_{min}$  e  $i_{max}$  (a distanza minima e massima dalla lente, rispettivamente), determinando  $i$  dal loro valor medio e l'incertezza massima dalla semidisersione. Dai valori misurati si ha:

$$p = l - o \quad (2)$$

$$q = i - l \quad (3)$$

Prima di iniziare le misure vere e proprie è utile familiarizzare con l'apparato sperimentale, e con il comportamento del sistema studiato, partendo dal vedere come cambia la posizione dell'immagine al variare della posizione della lente. Partendo da una grande distanza dell'oggetto dalla lente e avvicinando la lente all'oggetto, si noterà che l'immagine si allontana dalla lente, tanto più rapidamente quanto più ci si avvicina alla condizione  $p = f$ . Dato che il binario ha una lunghezza finita, esiste un limite superiore ai valori di  $q$  accessibili sperimentalmente. Per individuare la condizione di massima  $q$  si fissi lo schermo all'estremità del binario opposta a quella del proiettore e, partendo da una grande distanza della lente dall'oggetto, si avvicini progressivamente la lente all'oggetto. In tal modo l'intervallo di messa a fuoco si sposta progressivamente verso lo schermo, fino ad arrivare a vedere l'immagine a fuoco. In tale posizione della lente, sullo schermo si ottiene l'estremo destro dell'intervallo di messa a fuoco. Tenendo fissa la lente si misurino  $l$  e  $i_{max}$ , spostando poi lo schermo verso la lente per determinare  $i_{min}$ . Per quanto riguarda le successive misure, la dipendenza di  $p$  da  $q$  sconsiglia di scegliere valori di  $p$  equidistanziati, dato che per valori vicini all'asintoto verticale piccole variazioni di  $p$  comportando grande variazioni di  $q$ , mentre vicino all'asintoto orizzontale la dipendenza di  $q$  da  $p$  è molto debole. Dopo aver deciso quanti valori di  $p$  si vogliono misurare, si lascia agli sperimentatori il compito di valutare quando scegliere valori di  $p$  più vicini e quando più lontani.

## 5.2 Ramo 2

Nel ramo 2 l'oggetto è virtuale, e l'immagine (reale) si forma tra la lente L e il secondo fuoco. Per avere un oggetto virtuale, è necessario che la luce arrivi su L già convergente (e l'oggetto virtuale si troverà nel punto in cui convergerebbero i raggi incidenti se L non ci fosse). Tale situazione si può ottenere sperimentalmente utilizzando la lente ausiliaria  $L_A$ , e ponendola ad una distanza dall'oggetto maggiore della sua distanza focale ( $f_a \approx 20$  cm).  $L_A$  farà convergere i raggi in una posizione determinabile cercando la posizione (o l'intervallo) di messa a fuoco sullo schermo (esattamente come fatto per il ramo 1 di L). Per ottimizzare lo spazio sul binario

è utile mettersi nella condizione in cui  $L_A$  forma l'immagine( $I_A$ ) vicino all'estremo del binario opposto al proiettore. Si ponga attenzione a determinare correttamente il miglior valore di  $i_A$  come valor medio dell'intervallo di messa a fuoco di  $L_A$ . Posizionando  $L$  dopo  $L_A$  è immediato convincersi che  $I_A$  rappresenta per  $L$  un oggetto virtuale. Sarà a tal punto sufficiente posizionare  $L$  in diverse posizioni per variare la sua distanza da  $I_A$ , e quindi per variare  $p$ , determinando poi la posizione di  $I$  spostando lo schermo. Si lascia agli sperimentatori l'onere di determinare come distribuire i valori di  $p$ , tenendo conto dell'andamento dell'Equazione dei punti coniugati nel Ramo 2. Dai valori misurati si ha:

$$p = l - i_A \quad (4)$$

$$q = i - l \quad (5)$$

### 5.3 Ramo 3

In questo ramo l'oggetto si trova tra la lente  $L$  e il suo primo fuoco, e la luce esce dalla lente divergente. Oltre la lente non troveremo quindi nessuna posizione dello schermo in cui si formi l'immagine, che si troverà lungo il prolungamento dei raggi uscenti, e quindi prima di  $L$ . Per determinare la posizione di  $I$  si deve nuovamente utilizzare la lente ausiliaria, ponendola dopo la lente  $L$  e cercando sullo schermo l'immagine  $I_A$  a fuoco. Considerato che la lente  $L_A$  raccoglie la luce divergente proveniente da  $L$ , per  $L_A$  l'oggetto sarà  $I$ . Pertanto  $L_A$  forma in  $i_A$  l'immagine a fuoco di un oggetto posto in  $i$  e, considerato che la relazione tra  $p$  e  $q$  nell'Equazione dei punti coniugati è biunivoca, esiste una sola posizione per l'oggetto di  $L_A$  che consente la formazione dell'immagine in  $i_A$ . Per determinare tale posizione è sufficiente togliere  $L$ , lasciando fissi  $L_A$  e lo schermo, spostando  $O$  fino a rivedere l'immagine a fuoco. La posizione finale di  $O$  ( $o'$ ) coincide con la posizione incognita di  $I$ . Visto che i valori di  $p$  sono positivi ma inferiori ad  $f$ , mentre i valori di  $q$  sono negativi e divergenti quando  $p \rightarrow f$ , la posizione dell'immagine virtuale (e quindi la posizione finale di  $O$ ), sarà molto probabilmente a sinistra della posizione iniziale di  $O$ . Per poter spostare  $O$  nella posizione finale sarà pertanto necessario spostarlo verso sinistra, e quindi bisognerà partire lontani dall'estremo sinistro del binario. Per sfruttare la divergenza di  $q$  in corrispondenza dell'asintoto verticale si cerchi un modo per misurare valori di  $q$  vicini ai limiti imposti dalle dimensioni del binario. Dai valori misurati si ha:

$$p = l - o \quad (6)$$

$$q = l - o' \quad (7)$$

## 6 Analisi dati

Dopo aver convertito opportunamente le incertezze massime in incertezze statistiche, la verifica dell'Equazione dei punti coniugati richiede l'adattamento, nel senso dei minimi quadrati, dei dati sperimentali all'equazione 1.

Considerato che l'acquisizione dei 3 rami richiede configurazioni sperimentali differenti si richiede di effettuare il fit sia per i dati di ogni ramo, che per l'insieme di tutti i dati, discutendo la compatibilità dei valori di Best-fit di  $f$ .

Qualora i residui in uno o più rami dovessero suggerire la presenza di errori sistematici, si ragioni sulla possibile origine e su come tenerne conto modificando opportunamente la funzione di fit.

In assenza di errori sistematici si valuti la ragionevolezza della stima delle incertezze utilizzando i valori del  $\chi^2$  ottenuti.