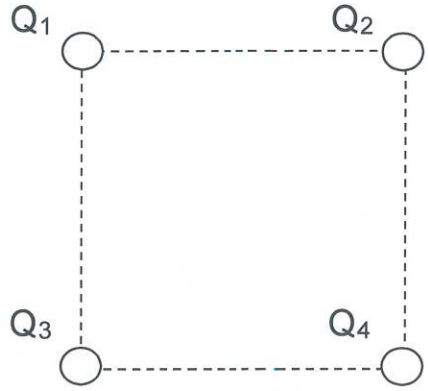
Università del Salento
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Industriale
Appello di **FISICA GENERALE 2** del 08/07/21

Esercizio 1 (9 punti): Un guscio cilindrico conduttore, di raggio interno r=10.0 cm e raggio esterno R=20.0 cm e lunghezza infinita è caricato con una carica totale per unità di lunghezza λ=1.50 C/m. Si calcolino il campo elettrico e il potenziale in ogni punto dello spazio, prendendo 0 il potenziale sulla superficie esterna del guscio.

Esercizio 2 (9 punti): Quattro cariche puntiformi sono fissate ai lati di un quadrato di lato L=1.00 m. Si calcolino:

1) Il potenziale elettrico al centro del quadrato;
2) L'energia necessaria per assemblare il sistema di cariche.

Q_1=0.250 C; Q_2=0.750 C; Q_3=1.00 C; Q_4=1.25 C



Esercizio 3 (9 punti): In un circuito RLC in serie sono presenti un resistore di resistenza R= 100.0 Ω, un induttore di induttanza L= 50.0 mH, e un condensatore di capacità C= 10.0 pF. Il circuito è alimentato con un generatore di tensione sinusoidale, con ΔV_{eff}= 220 V e frequenza ν=50 Hz.
Si determinino:

1) La reattanza induttiva.
2) La reattanza capacitiva.
3) L'impedenza del circuito.
4) La corrente massima nel circuito.
5) La differenza di potenziale massima ai capi di ogni componente del circuito.
6) L'angolo di fase tra tensione e corrente.

Esercizio 4 (9 punti): Una sbarretta rettilinea di lunghezza L=10.0 cm e resistenza R=10.0 Ω scorre senza attrito su due rotaie orizzontali, di resistenza trascurabile e collegate da un filo di resistenza trascurabile. La sbarretta si muove con velocità costante di modulo v=1.00 m/s, in presenza di un campo magnetico ortogonale al piano delle rotaie, uscente, e di modulo B=0.500 T.
Si determinino:

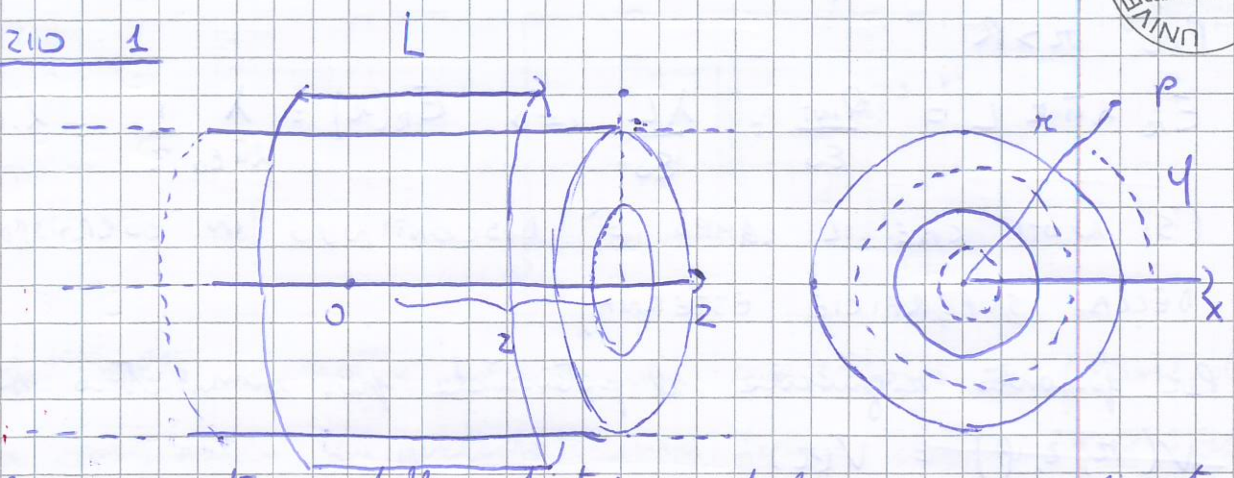
1) La forza elettromotrice indotta a causa del moto della sbarretta.
2) La forza esterna necessaria a mantenere la sbarretta in moto con velocità costante.
3) La potenza dissipata per effetto Joule.
4) La potenza erogata dalla forza esterna, commentando il risultato ottenuto.

Teoria 1 (3 punti): Utilizzando la legge di Biot-Savart si determini l'espressione del campo magnetico al centro di una spira circolare di raggio R, percorsa da corrente I.

Teoria 2 (3 punti): Si determini l'espressione della resistenza equivalente di due resistori in parallelo.

SOLUZIONE

ESERCIZIO 1



Data la simmetria della ~~distr~~ utilizziamo coordinate cilindriche con asse z coincidente con l'asse del cilindro.
Considerato che nei conduttori in equilibrio le cariche si dispongono sulla superficie, le uniche zone cariche saranno le superficie interna e quella esterna. Inoltre in conduttori cavi le cariche non si dispongono sulle superfici interne (e pertanto la carica è solo sulla superficie esterna).
La densità superficiale di carica sarà inoltre uniforme, ~~essendo~~ per simmetria.
Con queste premesse è immediato dimostrare che, per simmetria, il campo elettrico è radiale uscente, e il suo modulo dipende solo dalla distanza dall'asse (r), pertanto:

$$\vec{E}(r, z, \varphi) = E_r(r)\,\hat{r}$$

Il valore di $E_r(r)$ si può determinare applicando la legge di Gauss ad una superficie cilindrica, coassiale alla distribuzione, e di altezza L (vedi figura)
Per $r < r'$ si ha

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_{LAT}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_r(r)\, 2\pi r L = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0} = 0 \iff$$

$$\iff E_r(r) = 0$$

Per $r' < r < R$ il campo è nullo (campo all'interno di un conduttore in equilibrio)

Per $r > R$

$$E_r \, 2\pi r \, L = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \iff E_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} = 2.69 \, 10^{10} \frac{1}{r} \left(\frac{V}{m}\right)$$

(SI NOTI CHE IL CAMPO È DISCONTINUO IN CORRISPONDENZA DELLA SUPERFICIE ESTERNA)

Per quanto riguarda il potenziale per simmetria si ha

$$V(r, z, \varphi) = V(r)$$

Inoltre

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \Rightarrow E_r(r) = -\frac{dV}{dr} \iff dV = -E_r(r)\, dr \Rightarrow$$

per $r > R$)

$$\Rightarrow \int dV = -\int E_r(r)\, dr \iff$$

$$\iff V(r) - \underbrace{V(R)}_{0} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^r \frac{1}{r}\, dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \log\frac{r}{R} \iff$$

$$\iff V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \log\frac{R}{r} = 2.69 \, 10^{10} \log\frac{R}{r} \quad (V)$$

Per $r < R$ il campo è nullo, quindi il potenziale è costante e pari al valore sulla superficie esterna (quindi è nullo).

ESERCIZIO 2

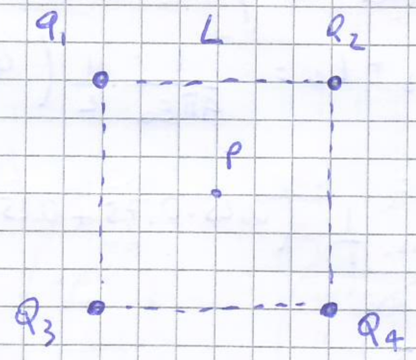
$L = 1.00\ m$

$Q_1 = 0.250\ C$

$Q_2 = 0.750\ C$

$Q_3 = 1.00\ C$

$Q_4 = 1.25\ C$



1) Il potenziale è una grandezza additiva pertanto, ricordando che il potenziale a distanza r da una carica puntiforme q è:

$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ e che la distanza di P dalle quattro cariche è

$r = \frac{\sqrt{2}}{2}L = \frac{L}{\sqrt{2}}$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sqrt{2}}{L}(Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4) =$$

$$= \frac{1}{4\pi \cdot 8.85\ 10^{-12}}\frac{\sqrt{2}}{1}(3.25) = 4.13\ 10^{10}\ V$$

2) L'energia necessaria per assemblare il sistema di cariche è pari al lavoro necessario per portare ogni carica dall'infinito alla posizione finale, eventualmente contrastando le forze elettriche esercitate dalle cariche già presenti. Immaginando di portare le cariche in ordine, da Q_1 a Q_4, e ricordando che

$L = qV$ si ha

$L_1 = 0$ Perché Q_1 viene portata in posizione per prima, quindi non subisce forze da nessuna carica

V_{12} = POTENZIALE DI Q_1 NELLA POSIZIONE DI Q_2

$$L_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{L} \quad (= Q_2 V_{12})$$ perché per portare Q_2 in posizione bisogna contrastare la forza repulsiva esercitata da Q_1.

$$L_3 = Q_3 V_{13} + Q_3 V_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q_3 \left(\frac{Q_1}{L} + \frac{Q_2}{L\sqrt{2}}\right)$$

$$L_4 = Q_4 V_{14} + Q_4 V_{24} + Q_4 V_{34} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q_4 \left(\frac{Q_1}{L\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{L} + \frac{Q_3}{L}\right)$$

Il lavoro totale è pertanto

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{L}\left(Q_1Q_2 + Q_1Q_3 + \frac{Q_2Q_3}{\sqrt{2}} + \frac{Q_1Q_4}{\sqrt{2}} + Q_4Q_2 + Q_4Q_3\right) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\ 8.85\ 10^{-12}}\frac{1}{1}\left(0.25\cdot 0.75 + 0.25\cdot 1 + \frac{0.75\cdot 1}{\sqrt{2}} + \frac{0.25\cdot 1.25}{\sqrt{2}} + 0.75\cdot 1.25 + 1\cdot 1.25\right) =$$

$$= 3.04\ 10^{10}\ J$$

ESERCIZIO 3

$R = 100\ \Omega \qquad L = 50.0\ mH \qquad C = 10.0\ pF$

$\Delta V_{EFF} = 220\ V \qquad \nu = 50.0\ Hz \qquad$ RLC SERIE

1) $X_L = \omega L = 2\pi\nu L = 15.7\ \Omega$

2) $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} = 3.18\ 10^{8}\ \Omega$

3) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 3.18\ 10^{8}\ \Omega$

4) $I_{MAX} = \frac{\Delta V_{MAX}}{Z} = \frac{\sqrt{2}\,\Delta V_{eff}}{Z} = 9.78\ 10^{-7}\ A$

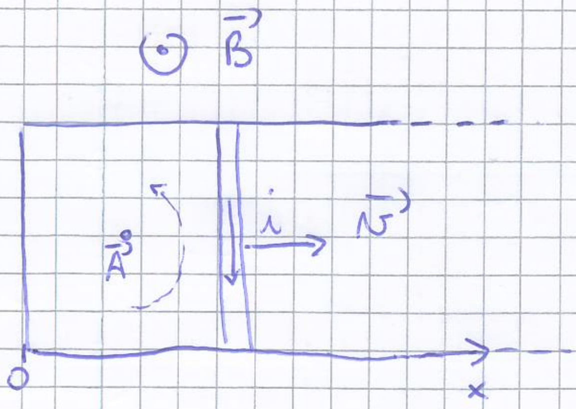
5) $\Delta V_{R\,MAX} = R\, I_{MAX} = 9.78\ 10^{-5}\ V$

$\Delta V_{L\,MAX} = X_L\, I_{MAX} = 1.54\ 10^{-5}\ V$

$\Delta V_{C\,MAX} = X_C\, I_{MAX} = 311\ V$

6) $\Phi = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = -\frac{\pi}{2}$

ESERCIZIO 4



$L = 10.0$ cm

$R = 10.0\ \Omega$

$B = 0.500$ T

$v = 1.00$ m/s

1) Il moto della sbarretta causa una variazione di flusso del campo magnetico e, pertanto, una forza elettromotrice indotta. Si induce quindi una corrente che determina la presenza di una forza magnetica sulla sbarretta.

$\Phi_B = \vec B \cdot \vec A$ = (Prendendo $\vec A$ uscente) $= B \cdot A = BLx$

$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv_x = -BLv$ ($\vec v$ // e concorde a $\hat x$)

$i_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{BLv}{R}$ (il segno negativo indica che la corrente circola in verso orario)

$\vec F_m = |i_i|\, \vec L \times \vec B = -\frac{B^2 L^2 v}{R}\hat x$

$F_m = \frac{B^2L^2v}{R} = 2.50\ 10^{-4}$ N

2) Per mantenere la sbarretta in moto con velocità costante si deve applicare una forza uguale e opposta a $\vec F_m$, in modo da rendere nulla la forza totale.

$\vec F = -\vec F_m = \frac{B^2L^2v}{R}\hat x$

3) $P = R i_i^2 = R\left(\frac{BLv}{R}\right)^2 = \frac{B^2L^2v^2}{R} = 2.50\ 10^{-4}$ W

4) $P = \vec F \cdot \vec v = Fv = \frac{B^2L^2v^2}{R} = 2.50\ 10^{-4}$ W

La potenza erogata da $\vec F$ è identica a quella dissipata termicamente, evidenziando che l'energia nel sistema si conserva.