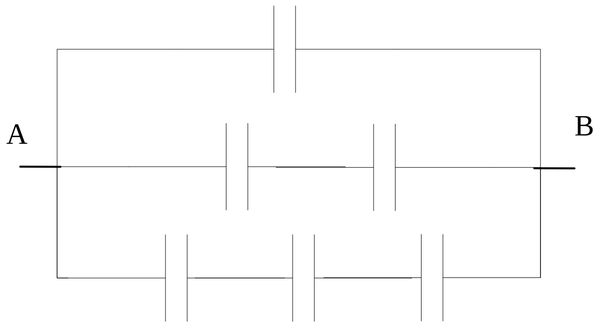
Università del Salento
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Industriale
Appello di **FISICA GENERALE 2** del 03/07/15

Esercizio 1 (8 punti): Dato il sistema di condensatori in figura, tutti di capacità C, si determinino:
1) La capacità equivalente del sistema.
2) La carica sulle armature di ogni condensatore.
3) L'energia accumulata in ogni condensatore.
C=1.00 μF, V_{AB}=10.0 V



Esercizio 2 (8 punti): Un cilindro infinito di raggio 1.00 cm è attraversato da corrente uniforme con densità di corrente di modulo J=0.100 Acm^{-2} .
Si determini il campo magnetico generato in ogni punto dello spazio.

Esercizio 3 (8 punti): Una distribuzione di carica è costituita da una sfera uniformemente carica di raggio R e densità volumetrica di carica ρ, e da una carica puntiforme q posta nel centro.
Si calcoli il campo elettrico in ogni punto dello spazio.
R=20.0 cm, ρ=0.100 Ccm^{-3}, q= -1.00 C

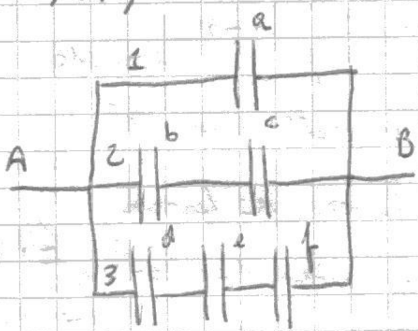
Esercizio 4 (8 punti): In circuito RLC in serie sono presenti un resistore di resistenza R= 100 Ω, un induttore di induttanza L= 2mH, e un condensatore di capacità C= 50 μF. Il circuito è alimentato con un generatore di tensione sinusoidale, con ΔV_{eff}= 110 V e frequenza ν=100 Hz.
Si determinino:
1) La reattanza induttiva.
2) La reattanza capacitiva.
3) L'impedenza del circuito.
4) La corrente massima nel circuito.
5) La differenza di potenziale massima ai capi di ogni componente del circuito.
6) L'angolo di fase tra tensione e corrente.

Teoria 1 (4 punti): Si dimostri che l'energia necessaria per caricare un condensatore di capacità C, tra le cui armature sia applicata una differenza di potenziale V, è pari a $\frac{1}{2}CV^2$

Teoria 2 (4 punti): Dato un circuito puramente capacitivo alimentato da una tensione alternata $\Delta v = \Delta V_{max}\, sen(\omega t)$ si determini partendo dalla seconda Legge di Kirchhoff la dipendenza dal tempo della corrente e si definisca la reattanza capacitiva esplicitandone il significato fisico e le dimensioni.

Soluzione scritto 03/07/15

Esercizio 1



1) Ricordiamo che la capacità equivalente di un parallelo di condensatori è la somma delle capacità, mentre il reciproco della capacità equivalente di una serie di condensatori è la somma dei reciproci delle capacità. Con riferimento alla numerazione dei rami in Figura abbiamo:

$$C_1 = C$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow C_2 = \frac{C}{2}$$

$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow C_3 = \frac{C}{3}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 = C + \frac{C}{2} + \frac{C}{3} = \frac{11}{6} C = 1.83\ \mu F$$

2) Ai capi dei tre rami c'è la stessa differenza di potenziale V_{AB}. il legame tra carica e differenza di potenziale è:

$$Q = C\, V_{AB}\ .$$

Inoltre condensatori in serie hanno la stessa carica sulle armature pertanto:

$$Q_a = C\, V_{AB} = 10.0\ \mu C$$

$$Q_b = Q_c = C_2\, V_{AB} = 5.00\ \mu C$$

$$Q_d = Q_e = Q_f = C_3\, V_{AB} = 3.33\ \mu C$$

3) L'energia accumulata in un condensatore è $U = \frac{1}{2} C V^2$.

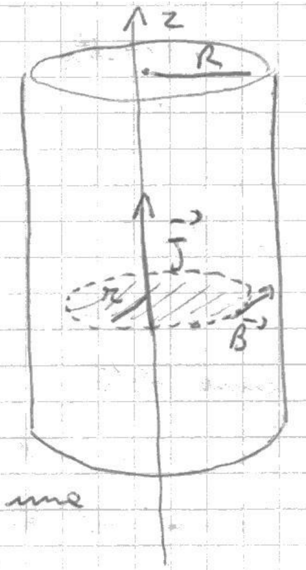
È inoltre immediato verificare che le differenze di potenziale ai capi dei condensatori valgono:

$V_a = V_{AB}$, $V_b = V_c = \frac{V_{AB}}{2}$, $V_d = V_e = V_f = \frac{V_{AB}}{3}$, da cui si trova

$U_a = \frac{1}{2} C\, V_{AB}^2 = 50.0\ \mu J$, $U_b = U_c = 12.5\ \mu J$, $U_d = U_e = U_f = 5.55\ \mu J$

Esercizio 2

Per simmetria il campo $\vec{B}$ dipende solo dalla distanza dall'asse del cilindro e ha linee di forza circolari, in piani perpendicolari a $\vec{J}$ e con centro sull'asse.



Applicando la legge di Ampere ad una circonferenza si ha (vedi figura)

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \int \vec{J}\cdot d\vec{A}$$

dove l'ultimo integrale è calcolato su una qualunque superficie avente la circonferenza per contorno. Scegliendo per semplicità il cerchio tratteggiato in figura si ha:

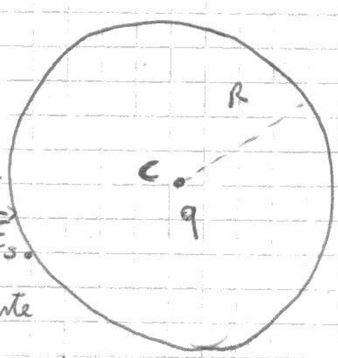
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B_z(r)\,2\pi r = \begin{cases} \mu_0 J_z \pi r^2 & r < R \\ \mu_0 J_z \pi R^2 & r \geq R \end{cases}$$

pertanto:

$$B_z(r) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 J_z}{2}\, r & r < R \\ \dfrac{\mu_0 J_z R^2}{2r} & r \geq R \end{cases} = \begin{cases} 2\pi\, 10^{-4}\, r & r < R \\ \dfrac{2\pi\, 10^{-8}}{r} & r \geq R \end{cases}$$

dove il campo è espresso in Tesla e r in metri.

Esercizio 3



Il campo elettrico totale è la somma del campo generato dalla carica puntiforme $\vec{E}_p$ e di quello della distribuzione di carica $\vec{E}_s$.

$\vec{E}_s$ per simmetria è radiale e dipendente dalla sola distanza dal centro della sfera C.

Usando la legge di Gauss per una superficie sferica con centro in C e raggio r si ha:

$$\int \vec{E}_s \cdot d\vec{A} = \frac{q_i}{\varepsilon_0} \iff E_{r_s}(r)\, 4\pi r^2 = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3}\pi r^3 & r < R \\ \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3}\pi R^3 & r \geq R \end{cases}$$

da cui

$$E_{r_s}(r) = \begin{cases} \frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{r}{3} & r < R \\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} & r \geq R \end{cases} \iff \begin{cases} 3.77\; 10^{15}\, r & r < R \\ \frac{3.01\; 10^{12}}{r^2} & r \geq R \end{cases}$$

$$\vec{E}_p = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} \hat{r}$$

Esercizio 4

1) Per definizione $X_L = \omega L = 2\pi\nu L = 1.26\ \Omega$

2) $X_C = \frac{1}{\omega C} = 31.8\ \Omega$

3) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 104.6\ \Omega$

4) $I_{MAX} = \frac{\Delta V_{MAX}}{Z} = \frac{\Delta V_{eff} \cdot \sqrt{2}}{Z} = 1.49\ A$

5) I componenti sono in serie, pertanto sono attraversati dalla stessa corrente:

$\Delta V_{MAX\,R} = R\, I_{MAX} = 148.8\ V$

$\Delta V_{MAX\,L} = X_L\, I_{MAX} = 1.87\ V$

$\Delta V_{MAX\,C} = X_C\, I_{MAX} = 47.3\ V$

6) $\Phi = \operatorname{arctg}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = -17.0^\circ$